第４講　波動・原子

7

互いに振動数の近い３つのおんさA，B，Cがある。おんさAの振動数は2000 Hzであることがわかっている。おんさB，Cの振動数を調べるため，いくつかの組み合わせで同時に2つのおんさを鳴らしてみたら1秒あたりの回数が次のようなうなりが聞こえた。

おんさAとB：2.0回
おんさAとC：1.0回
おんさBとC：3.0回

おんさAとBを同時に鳴らしながら，図１のようにおんさBを一定の速さで観測者に近づけた。近づける速さがv_1の場合にうなりが消えた。以下の問いに答えよ。なお，問２から問４までは音速を3.5×10^2 m/sとする。

問１　おんさBとおんさCの振動数を求めよ。

問２　v_1の値を求めよ。

次に音を反射する板とおんさAを使って実験をした。図２のように，板の正面でおんさAを鳴らしながら速さv_2で板に近づける。観測者はおんさAの後方に位置する。

問３　静止している観測者には１秒あたり2.0回のうなりが聞こえた。v_2の値を求めよ。
計算の際には，$|x|$が十分に小さいときに成り立つ近似式

$$\frac{1}{1+x}\fallingdotseq 1-x$$

を使ってよい。

問４　観測者が，図３のようにおんさAと同じ速度でおんさの後をついていくと，うなりは１秒あたり何回になるか。

問5　室内の気温をとても低くして図2の実験をする。観測者が聞くうなりが１秒あたり2.0回とするには，おんさAの速さをv_2より大きくしないといけないか，それとも小さくしないといけないか。理由をつけて答えよ。ただし，おんさの振動数は変わらないものとする。

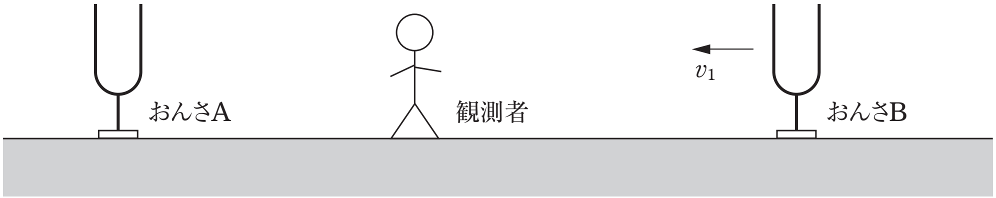

図 1

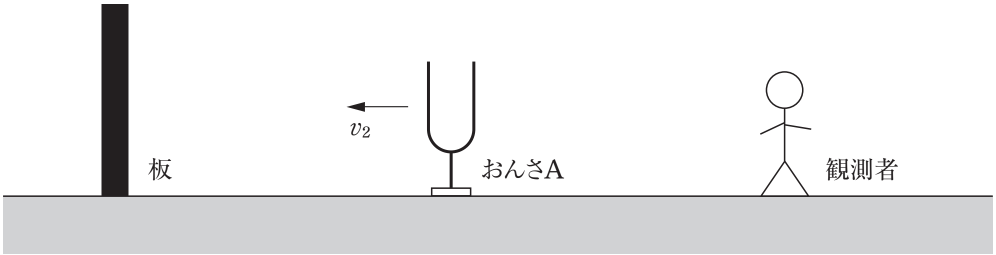

図 2

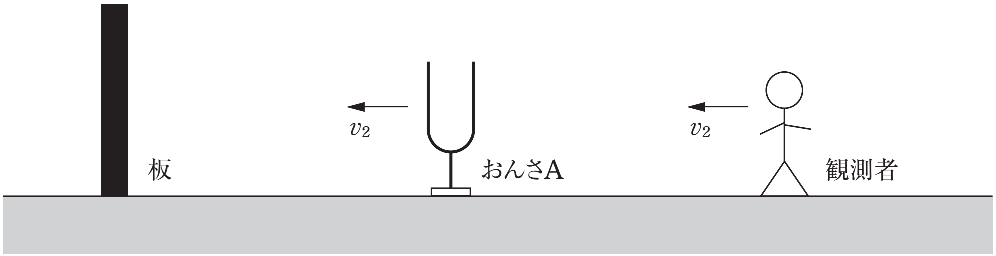

図 3

8

ボーアの原子モデルに関する次の文章(Ⅰ，Ⅱ)を読み，空欄［ア］～［エ］を適切に埋め，下の問い(問１～5)に簡潔な説明をつけて答えよ。ただし，光速をc〔m/s〕，電気素量をe〔C〕，電子の質量をm〔kg〕，真空中の静電気力に関するクーロンの法則の比例定数をk〔N･m^2/C^2〕，プランク定数をh〔J･s〕とする。万有引力は静電気力に比べて非常に小さいのでこの問題では無視する。

Ⅰ　水素原子は$+e$の電荷をもつ原子核と$-e$の電荷をもつ電子で構成される。原子核や電子の大きさは非常に小さく，ここでは質点と考えてよい。電子は，静電気力を受けて原子核を中心に半径r〔m〕，速さv〔m/s〕の等速円運動をしている。等速円運動の向心力を生じさせている静電気力の大きさはe，k，rを用いて［ア］と表されるので電子の運動方程式はe，k，m，r，vを用いて［イ］と表される。nを量子数と呼ばれる１以上の整数として，円軌道の円周の長さは，電子のド・ブロイ波長λ〔m〕のn倍になるという条件を満たす状態を定常状態という。また，電子のド･ブロイ波長λはh，m，vを用いて［ウ］と表される。このことより下線部は$mvr=$［エ］(h，nを用いよ)と表される。定常状態のときは電子のエネルギーは一定である。電子がある量子数の定常状態から別の量子数の定常状態に移るとき，それぞれの定常状態でのエネルギーの差に等しいエネルギーを持つ一つの光子が放出または吸収される。

問1　量子数がnの定常状態での水素原子の電子の軌道半径rをe，h，k，m，nを用いて表せ。

問2　水素原子の電子のエネルギーは，電子の運動エネルギーと，電子と原子核の間にはたらく静電気力による位置エネルギーの和に等しい。量子数がnの定常状態での電子のエネルギーE_n〔J〕をe，h，k，m，nを用いて表せ。ただし，電荷Q〔C〕($Q>0$)からx〔m〕だけ離れた点で電子が持つ電荷による位置エネルギーは無限遠を基準にとると$-k\dfrac{eQ}{x}$で与えられる。

問3　水素原子の電子が量子数n_aの定常状態から量子数n_b($n_a<n_b$)の定常状態に移るとき，光子は放出されるか吸収されるか理由をつけて答えよ。そのときの光子の波長をλ_{ab}〔m〕とする。$\dfrac{1}{\lambda_{ab}}$をc，e，h，k，m，n_a，n_bを用いて表せ。

Ⅱ　原子番号Zの原子が$+(Z-1)$価にイオン化したものを水素様イオンという。例えば$Z=2$であるヘリウムの＋1価イオン：He^+は水素様イオンの一つである。水素様イオンでは，原子核を中心として回る電子は１個なので，原子核がもつ電荷が$+Ze$であること以外は水素原子と同様に考えることができる。

問4　水素原子の電子の軌道半径のうち最も小さいものはボーア半径と呼ばれる。ボーア半径をr_B〔m〕として量子数がnの定常状態での原子番号Zの水素様イオンの電子の軌道半径r'〔m〕をn，r_B，Zを用いて表せ。

問5　水素原子の電子が量子数２の定常状態から量子数１の定常状態に移るときに放出または吸収される光子の波長をλ_{21}〔m〕とし，He^+の電子が量子数３の定常状態から量子数２の定常状態に移るときに放出または吸収される光子の波長をλ'_{32}〔m〕とする。$\dfrac{\lambda'_{32}}{\lambda_{21}}$を有効数字３桁の数値で表せ。

第４講

7

問１　おんさB　1998〔Hz〕　　おんさC　2001〔Hz〕

問２　3.5×10^{-1}〔m/s〕

問３　1.8×10^{-1}〔m/s〕

問４　2（回）

問５　v_2を小さくしないといけない（理由は略）

8

ア　$k\dfrac{e^2}{r^2}$　　イ　$m\dfrac{v^2}{r}=k\dfrac{e^2}{r^2}$　　ウ　$\dfrac{h}{mv}$　　エ　$\dfrac{nh}{2\pi}$

問１　$r=\dfrac{n^2h^2}{4\pi^2kme^2}$〔m〕

問２　$E_n=-\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\cdot\dfrac{1}{n^2}$〔J〕

問３　光子は吸収される（理由は略）　　$\dfrac{1}{\lambda_{\mathrm{ab}}}=\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{h^3c}\left(\dfrac{1}{{n_{\mathrm{a}}}^2}-\dfrac{1}{{n_{\mathrm{b}}}^2}\right)$〔1/m〕

問４　$r'=\dfrac{n^2}{Z}r_{\mathrm{B}}$〔m〕

問５　1.35